

基于多项式混沌展开的交直流系统全纯嵌入概率潮流计算方法

李雪, 付云跃, 姜涛, 李国庆

(现代电力系统仿真控制与绿色电能新技术教育部重点实验室(东北电力大学), 吉林省吉林市 132012)

摘要: 为快速、准确量化分析风电出力不确定性对交直流电力系统潮流分布的影响,提出一种基于多项式混沌展开(PCE)的交直流电力系统全纯嵌入概率潮流计算方法。该方法首先根据风电出力的概率分布特征选择最优正交基函数,构造近似风电出力概率分布特征的PCE表达式;其次,将该PCE表达式引入交直流电力系统的全纯嵌入潮流方程中,构建基于PCE的交直流电力系统全纯嵌入概率潮流计算模型;再次,通过Galerkin投影将所构建的全纯嵌入概率潮流计算模型转化为高维确定性全纯嵌入潮流计算模型;然后,借助确定性全纯嵌入潮流模型求解方法,实现对所转化的高维确定性全纯嵌入潮流模型的求解,并根据所得PCE逼近系数计算交直流电力系统潮流的概率分布特征;最后,通过修改的PJM 5节点、IEEE 30节点和IEEE 118节点交直流测试系统算例验证所提方法的准确性和有效性。

关键词: 概率潮流; 多项式混沌展开; 全纯嵌入; Galerkin投影; 交直流电力系统; 不确定性

0 引言

大规模开发和利用新能源是促进中国能源体系清洁低碳转型、实现“碳达峰·碳中和”战略目标的重要举措^[1]。新能源大规模并网在促进电力系统绿色低碳转型的同时,其出力的不确定性也给交直流电力系统的安全运行带来严重挑战。传统确定性潮流计算方法难以量化新能源出力不确定性对系统潮流的影响^[2],其潮流计算结果不利于指导大规模新能源并网的交直流电力系统规划与运行。概率潮流能够计及电力系统不确定性对系统潮流分布的影响^[3]是研究高比例新能源交直流电力系统潮流分布、指导电力系统规划与运行的重要技术手段,受到广泛关注^[4-5]。

目前,电力系统常用的概率潮流计算方法包括模拟法^[6]、近似法^[7]和解析法^[8]。模拟法通过对具有不同概率特征的随机变量进行重复多样本抽样,针对抽取的样本依次进行潮流计算,进而根据大量潮流计算结果统计系统相关参数概率分布^[9],主要方法包括蒙特卡洛模拟(Monte Carlo simulation, MCS)法^[10]和拉丁超立方抽样法^[11]。模拟法虽能实现概率潮流的准确求解,但当系统规模过大或样本

数量过多时,其计算耗时将急剧增加^[12-13]。近似法利用随机输入变量的统计特征近似描述随机输出变量的统计特征,主要方法包括点估计法^[14]和矩估计法^[15]。该方法虽具有较高计算效率,但计算结果的准确性有待改善^[16]。解析法根据潮流方程在运行点处的线性化模型,将节点电压和支路潮流表示为节点注入功率的线性叠加,通过卷积计算获得节点电压和支路潮流的概率分布,主要方法包括半不变量法^[17]和序列运算方法^[18]。该方法模型构造简单、计算效率高,但在处理随机输入变量相关性上存在固有缺陷^[19]。

为避免上述方法在求解概率潮流过程中面临的计算效率或计算精度难题,文献[20-21]将多项式混沌展开(polynomial chaos expansion, PCE)引入电力系统概率潮流求解中,实现了计算精度与计算效率间的平衡;文献[22]引入稀疏PCE法以提升基于PCE的概率潮流求解效率。上述方法虽实现了电力系统概率潮流的准确计算,但均基于牛顿-拉夫逊法(简称牛拉法)。受牛拉法的限制,采用牛拉法求解电力系统概率潮流仍存在如下难题:1)牛拉法对初值敏感,初值选取不当会导致潮流计算结果不收敛;2)牛拉法的雅可比矩阵在潮流求解过程中易奇异。

针对牛拉法存在的不足,相关研究提出采用全纯嵌入方法(holomorphic embedding method, HEM)

收稿日期: 2024-01-29; 修回日期: 2024-04-04。

上网日期: 2024-08-22。

国家自然科学基金资助项目(52077029, U22B20105, 52377083)。

求解电力系统潮流^[23-26]。HEM不仅在确定性潮流中应用广泛,在概率潮流方面也有应用。文献[27-28]将HEM与半不变量法相结合,提出一种基于半不变量的全纯嵌入概率潮流计算方法;文献[29]将HEM与仿射法相结合,提出一种电力系统全纯嵌入区间潮流求解方法。上述全纯嵌入概率潮流计算方法虽能实现电力系统概率潮流的准确求解,但求解的均是交流系统概率潮流。随着直流输电技术在电力系统的广泛应用,交直流混合输电已成为中国电网典型形态^[30]。不同于交流系统的全纯嵌入概率潮流求解方法,交直流系统概率潮流计算需同时考虑交流系统潮流、直流系统潮流以及换流站控制方式的影响,难以将交流系统的全纯嵌入概率潮流计算方法简单地推广至交直流系统的概率潮流求解中。

针对上述问题,本文提出一种基于PCE的交直流电力系统全纯嵌入概率潮流计算方法。该方法首先根据风电出力的概率分布特征,构造近似风电出力概率分布特征的PCE表达式,进而结合全纯嵌入潮流方程,构建基于PCE的交直流电力系统全纯嵌入概率潮流计算模型;然后,通过Galerkin投影,将上述概率潮流方程转换为高维确定性潮流方程,求解方程得到系统潮流的概率分布和统计特征;最后,通过修改的PJM 5节点、IEEE 30节点和IEEE 118节点交直流测试系统算例,验证所提方法的准确性和有效性。

1 交直流电力系统全纯嵌入潮流模型构建及求解

采用全纯嵌入理论求解交直流电力系统潮流的实质就是将交直流电力系统的状态变量求解问题转化为如何实现状态变量全纯函数显式化的问题^[25]。本章简要介绍交直流电力系统的全纯嵌入潮流的计算模型及求解方法。

1.1 交流系统全纯嵌入潮流模型

参考文献[31-32],根据不同交流系统节点类型,分别构建PQ节点、PV节点以及平衡节点的全纯嵌入潮流模型。

1) PQ节点全纯嵌入潮流模型

$$\sum_{k=1}^N Y_{i,k,trans} V_k(s) = \frac{s\tilde{S}_i^*}{V_i^*(s^*)} - sY_{i,shunt} V_i(s) \quad (1)$$

式中: N 为交流系统节点数; \tilde{S}_i^* 为节点 i 的注入复功率; $Y_{i,k,trans}$ 为串联支路导纳矩阵中第 i 行第 k 列元素; $Y_{i,shunt}$ 为节点 i 对地自导纳; $V_i(s)$ 和 $V_k(s)$ 分别为节点 i 和节点 k 的电压全纯函数; s 为嵌入的复参

数;“*”为共轭运算符。

2) PV节点全纯嵌入潮流模型

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^N Y_{j,k,trans} V_k(s) = \frac{sP_j - jQ_j(s)}{V_j^*(s^*)} - sY_{j,shunt} V_j(s) \\ V_j(s)V_j^*(s^*) = 1 + s(|V_j^{sp}|^2 - 1) \end{cases} \quad (2)$$

式中: P_j 为节点 j 的注入有功功率; $Q_j(s)$ 为节点 j 的无功功率全纯函数; V_j^{sp} 为节点 j 的电压幅值。

3) 平衡节点全纯嵌入潮流模型

$$V_l(s) = 1 + s(V_l^{sp} - 1) \quad (3)$$

式中:下标“ l ”表示节点 l 。

1.2 直流系统全纯嵌入潮流模型

不同于交流系统的全纯嵌入潮流方程,直流系统各节点全纯嵌入潮流方程因所连电压源换流器(voltage source converter, VSC)换流站控制方式不同而各异。参考文献[25],VSC换流站控制方式通常分为直流侧有功类控制和交流侧无功类控制两大类。根据系统实际运行工况,VSC换流站控制方式将由直流侧有功类控制与交流侧无功类控制合理组合而成,常用的VSC换流站控制方式如表1所示。

表1 VSC换流站控制方式
Table 1 Control modes of VSC station

控制方式编号	直流侧有功类控制方式	交流侧无功类控制方式
1	定有功功率控制	定无功功率控制
2	定电压控制	定无功功率控制
3	定有功功率控制	定电压控制
4	定电压控制	定电压控制

不同控制方式下,VSC换流站全纯嵌入潮流模型描述如下。

1) 定直流有功节点全纯嵌入潮流模型

$$\sum_{g=1}^M G_{rg} V_{dc,g}(s) = \frac{s(P_{dc,r} + P_{dc,r}^{sp})}{N_{pol} V_{dc,r}(s)} \quad (4)$$

式中: M 为直流系统节点数; G_{rg} 为节点 r 与节点 g 之间的电导; N_{pol} 为直流系统极对数; $V_{dc,g}(s)$ 和 $V_{dc,r}(s)$ 分别为直流侧节点 g 和节点 r 的电压全纯函数; $P_{dc,r}$ 为节点 r 的注入有功功率; $P_{dc,r}^{sp}$ 为VSC换流站直流侧节点 r 的有功功率设置值。

2) 定直流电压节点全纯嵌入潮流模型

$$V_{dc,t}(s) = 1 + s(V_{dc,t}^{sp} - 1) \quad (5)$$

式中: $V_{dc,t}^{sp}$ 为VSC换流站直流侧节点 t 的电压设置值。

3) 定交流无功节点全纯嵌入潮流模型

$$\sum_{k=1}^N Y_{i,k,trans} V_k(s) = \frac{s(\tilde{S}_i^{PCC} + Q_i^{sp})}{V_i^{PCC}(s)} - sY_{i,shunt} V_i^{PCC}(s) \quad (6)$$

式中: Q_i^{sp} 为 VSC 换流站注入交流系统第 i 个公共耦合点 (point of common coupling, PCC) 的无功功率设置值; \tilde{S}_i^{PCC} 为第 i 个 PCC 的注入复功率; $V_i^{PCC}(s)$ 为第 i 个 PCC 的电压全纯函数。

4) 定交流电压节点全纯嵌入潮流模型

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^N Y_{j,k,trans} V_k(s) = \frac{s\tilde{S}_j^{PCC*} - jQ_j^{PCC}(s)}{V_j^{PCC*}(s^*)} - \\ sY_{j,shunt} V_j^{PCC}(s) \\ V_j^{PCC}(s)V_j^{PCC*}(s^*) = 1 + (|V_j^{sp}|^2 - 1)s \end{cases} \quad (7)$$

式中: $Q_j^{PCC}(s)$ 为第 j 个 PCC 的无功功率全纯函数。

全纯嵌入潮流模型求解方法见附录 A 第 A1 节。

2 PCE 及 Galerkin 投影

本章简要介绍 PCE 原理以及 Galerkin 投影法, 为基于 PCE 的交直流系统全纯嵌入概率潮流模型的构建及求解提供理论基础^[20-22]。

2.1 PCE 原理

设 z 为一维随机变量, 定义函数 $f(z)$ 的 N_{PCE} 阶 PCE 表达式 $f_{N_{PCE}}(z)$ 为:

$$f(z) \approx f_{N_{PCE}}(z) = \sum_{p=0}^{N_{PCE}} a_p \Phi_p(z) \quad (8)$$

式中: $\Phi_p(z)$ 为 p 阶正交多项式基函数; a_p 为 $f(z)$ 的 p 阶 PCE 逼近系数。

$\Phi_p(z)$ 的正交性可表示为:

$$E[\Phi_p(z)\Phi_m(z)] = \int \Phi_p(z)\Phi_m(z)\rho(z)dz = \gamma_p \delta_{pm} \quad (9)$$

$p, m \in N_s$

式中: N_s 为 PCE 的阶数集合; $E[\cdot]$ 为求解期望的函数; $\rho(z)$ 为随机变量 z 的概率密度函数; $\gamma_p = E[\Phi_p^2(z)]$; δ_{pm} 为 Kronecker 算子。当 $p = m$ 时, $\delta_{pm} = 1$; 当 $p \neq m$ 时, $\delta_{pm} = 0$ 。

在确定 $\Phi_p(z)$ 后, 函数 $f(z)$ 的 p 阶 PCE 逼近系数 a_p 可通过式(10)求取。

$$a_p = \frac{E[f(z)\Phi_p(z)]}{E[\Phi_p^2(z)]} = \frac{1}{\gamma_p} E[f(z)\Phi_p(z)] \quad (10)$$

在获得 $f(z)$ 的 PCE 逼近系数后, 可由式(11)得到 $f(z)$ 的期望 μ 与方差 σ^2 。

$$\begin{cases} \mu = E[f(z)] = \sum_{p=0}^{N_{PCE}} a_p \int \Phi_p(z)\rho(z)dz = a_0 \\ \sigma^2(f(z)) = E[(f(z) - \mu)^2] = \sum_{p=0}^{N_{PCE}} \gamma_p a_p^2 \end{cases} \quad (11)$$

式中: a_0 为 $f(z)$ 的 0 阶 PCE 逼近系数。

2.2 Galerkin 投影法

Galerkin 投影原理是将随机非线性方程投影到基函数 $\Phi_m(z)$ 描述的坐标轴上^[21], 利用 PCE 基函数的正交性, 将随机非线性方程转化为确定性方程。随机非线性方程可表示为:

$$y(x, f(z)) = 0 \quad (12)$$

式中: x 为待求变量; $y(\cdot)$ 为非线性函数。

根据 PCE 理论, 将函数 $f(z)$ 和待求变量 x 构造为式(8)所示 PCE 表达式, 并将其代入式(12)得到基于 PCE 的随机非线性方程如下:

$$y\left(\sum_{p=0}^{N_{PCE}} x_p \Phi_p(z), \sum_{p=0}^{N_{PCE}} a_p \Phi_p(z)\right) = 0 \quad (13)$$

式中: x_p 为待求变量 x 的 p 阶 PCE 逼近系数。

借助 Galerkin 投影, 将式(13)的随机非线性方程投影到基函数 $\Phi_m(z)$ 上, 则上述随机非线性方程可转化为式(14)所示仅含待求变量 x 的 PCE 逼近系数 x_p 的高维确定性方程。

$$E\left[y\left(\sum_{p=0}^{N_{PCE}} x_p \Phi_p(z), \sum_{p=0}^{N_{PCE}} a_p \Phi_p(z)\right)\Phi_m(z)\right] = 0 \quad (14)$$

通过式(14)求得待求变量 x 的 PCE 逼近系数 x_p 后, 根据式(11)可得待求变量 x 的统计特征。

3 基于 PCE 的交直流电力系统全纯嵌入概率潮流计算

本章首先将 PCE 理论与全纯嵌入潮流模型结合, 构建基于 PCE 的交直流电力系统全纯嵌入概率潮流模型; 然后, 采用 Galerkin 投影将所构建的全纯嵌入概率潮流方程转化为易于求解的确定性潮流方程; 最后, 借助全纯嵌入潮流方程的求解方法实现各节点全纯嵌入概率潮流方程的求解。

3.1 基于 PCE 的交直流电力系统全纯嵌入概率潮流计算模型构建

根据 PCE 理论, 假设电力系统随机输入变量包含 PV 节点、PQ 节点、定直流有功节点有功功率和 PQ 节点无功功率、PV 节点电压幅值, 随机状态变量为节点电压实部和虚部, 根据式(8)可得上述各变量 N_{PCE} 阶 PCE 表达式为:

$$\left\{ \begin{array}{l} P = \sum_{\rho=0}^{N_{PCE}} P_{\rho} \Phi_{\rho}(z) \\ Q = \sum_{\rho=0}^{N_{PCE}} Q_{\rho} \Phi_{\rho}(z) \\ \tilde{S} = \sum_{\rho=0}^{N_{PCE}} \tilde{S}_{\rho} \Phi_{\rho}(z) \\ V = \sum_{\rho=0}^{N_{PCE}} V_{\rho} \Phi_{\rho}(z) \\ V_{re} = \sum_{\rho=0}^{N_{PCE}} V_{\rho, re} \Phi_{\rho}(z) \\ V_{im} = \sum_{\rho=0}^{N_{PCE}} V_{\rho, im} \Phi_{\rho}(z) \end{array} \right. \quad (15)$$

式中: P 为 PV 节点和定直流有功节点注入的有功功率; Q 为 PQ 节点注入的无功功率; \tilde{S} 为 PQ 节点注入的复功率; V 为 PV 节点的电压幅值; V_{re} 和 V_{im} 分别为节点电压的实部和虚部; P_{ρ} 、 Q_{ρ} 、 \tilde{S}_{ρ} 、 V_{ρ} 、 $V_{\rho, re}$ 、 $V_{\rho, im}$ 分别为 P 、 Q 、 \tilde{S} 、 V 、 V_{re} 、 V_{im} 在基函数 $\Phi_{\rho}(z)$ 下的 p 阶 PCE 逼近系数。由于 P 、 Q 、 \tilde{S} 、 V 是已知量, 故 P_{ρ} 、 Q_{ρ} 、 \tilde{S}_{ρ} 、 V_{ρ} 可由式(10)求得, $V_{\rho, re}$ 、 $V_{\rho, im}$ 为待求 PCE 逼近系数。

将第 1 章中的全纯嵌入潮流模型与第 2 章的 PCE 理论相结合, 构建基于 PCE 的交直流电力系统全纯嵌入概率潮流模型。

1) PQ 节点全纯嵌入概率潮流模型

将式(15)的 PCE 表达式代入式(1)的 PQ 节点全纯嵌入潮流模型中, 可得基于 PCE 的 PQ 节点全纯嵌入概率潮流模型如下:

$$\sum_{k=1}^N \sum_{c=0}^{N_{PCE}} Y_{i, k, trans} V_{kc}(s) \Phi_c(z) = \sum_{\rho=0}^{N_{PCE}} \frac{s \tilde{S}_{ip}^*}{V_{ip}^*(s^*)} \Phi_{\rho}^2(z) - \sum_{\rho=0}^{N_{PCE}} s Y_{i, shunt} V_{ip}(s) \Phi_{\rho}(z) \quad (16)$$

式中: $V_{kc}(s)$ 为节点 k 的 c 阶电压全纯函数; \tilde{S}_{ip} 为节点 i 的 p 阶注入复功率; $V_{ip}(s)$ 为节点 i 的 p 阶电压全纯函数。

为便于求解式(16), 借助 Galerkin 投影将其变换为式(17)所示确定性全纯嵌入潮流方程。

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{k=1}^N \sum_{m=0}^{N_{PCE}} \sum_{c=0}^{N_{PCE}} Y_{i, k, trans} V_{kc}(s) E[\Phi_c(z) \Phi_m(z)] = \\ \sum_{m=0}^{N_{PCE}} \sum_{\rho=0}^{N_{PCE}} \frac{s \tilde{S}_{ip}^*}{V_{ip}^*(s^*)} E[\Phi_{\rho}^2(z) \Phi_m(z)] - \\ \sum_{m=0}^{N_{PCE}} \sum_{\rho=0}^{N_{PCE}} s Y_{i, shunt} V_{ip}(s) E[\Phi_{\rho}(z) \Phi_m(z)] \end{array} \right. \quad (17)$$

2) PV 节点全纯嵌入概率潮流模型

同理, 根据式(15)和式(2)可得 PV 节点的全纯嵌入概率潮流模型如下:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{k=1}^N \sum_{c=0}^{N_{PCE}} Y_{j, k, trans} V_{kc}(s) \Phi_c(z) = \\ \sum_{\rho=0}^{N_{PCE}} \frac{s P_{j\rho} - j Q_{j\rho}(s)}{V_{j\rho}^*(s^*)} \Phi_{\rho}^2(z) - \sum_{\rho=0}^{N_{PCE}} s Y_{j, shunt} V_{j\rho}(s) \Phi_{\rho}(z) \\ \sum_{\rho=0}^{N_{PCE}} V_{j\rho}(s) V_{j\rho}^*(s^*) \Phi_{\rho}^2(z) = 1 + s(|V_j^{sp}|^2 - 1) \end{array} \right. \quad (18)$$

式中: $P_{j\rho}$ 和 $Q_{j\rho}(s)$ 分别为节点 j 的 p 阶注入有功功率和无功功率全纯函数。

类似式(17), 通过 Galerkin 投影将式(18)的 PV 节点全纯嵌入概率潮流模型变换为式(19)所示的一组高维确定性全纯嵌入潮流方程。

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{k=1}^N \sum_{m=0}^{N_{PCE}} \sum_{c=0}^{N_{PCE}} Y_{j, k, trans} V_{kc}(s) E[\Phi_c(z) \Phi_m(z)] = \\ \sum_{m=0}^{N_{PCE}} \sum_{\rho=0}^{N_{PCE}} \frac{s P_{j\rho} - j Q_{j\rho}(s)}{V_{j\rho}^*(s^*)} E[\Phi_{\rho}^2(z) \Phi_m(z)] - \\ \sum_{m=0}^{N_{PCE}} \sum_{\rho=0}^{N_{PCE}} s Y_{j, shunt} V_{j\rho}(s) E[\Phi_{\rho}(z) \Phi_m(z)] \\ \sum_{m=0}^{N_{PCE}} \sum_{\rho=0}^{N_{PCE}} V_{j\rho}(s) V_{j\rho}^*(s^*) E[\Phi_{\rho}^2(z) \Phi_m(z)] = \\ \sum_{m=0}^{N_{PCE}} [1 + s(|V_j^{sp}|^2 - 1)] E[\Phi_m(z)] \end{array} \right. \quad (19)$$

3) 定直流有功节点全纯嵌入概率潮流模型

将式(4)的定直流有功节点的全纯嵌入潮流方程与 PCE 相结合, 构建如式(20)所示定直流功率节点的全纯嵌入概率潮流模型。

$$\sum_{g=1}^M G_{rg} V_{dc, gc}(s) \Phi_c(z) = \frac{s(P_{dc, rp} + P_{dc, rp}^{sp})}{N_{pol} V_{dc, rp}(s)} \Phi_{\rho}^2(z) \quad (20)$$

式中: 下标 c 和 p 分别表示 c 阶和 p 阶变量。

结合式(14), 将 Galerkin 投影法应用于式(20)可得:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{g=1}^M \sum_{c=0}^{N_{PCE}} \sum_{m=0}^{N_{PCE}} G_{rg} V_{dc, gc}(s) E[\Phi_c(z) \Phi_m(z)] = \\ \sum_{\rho=0}^{N_{PCE}} \sum_{m=0}^{N_{PCE}} \frac{s(P_{dc, rp} + P_{dc, rp}^{sp})}{N_{pol} V_{dc, rp}(s)} E[\Phi_{\rho}^2(z) \Phi_m(z)] \end{array} \right. \quad (21)$$

4) 定交流无功节点全纯嵌入概率潮流模型

类似式(17), 基于 PCE 的定交流无功节点全纯嵌入概率潮流模型可表示为:

$$\sum_{k=1}^N \sum_{m=0}^{N_{PCE}} \sum_{c=0}^{N_{PCE}} Y_{i,k,trans} V_{kc}(s) E[\Phi_c(z) \Phi_m(z)] = \sum_{m=0}^{N_{PCE}} \sum_{p=0}^{N_{PCE}} \frac{s(\tilde{S}_{ip}^{PCC*} + Q_{ip}^{sp})}{V_{ip}^{PCC*}(s^*)} E[\Phi_p^2(z) \Phi_m(z)] - \sum_{m=0}^{N_{PCE}} \sum_{p=0}^{N_{PCE}} s Y_{i,shunt} V_{ip}^{PCC}(s) E[\Phi_p(z) \Phi_m(z)] \quad (22)$$

5) 定交流电压节点全纯嵌入概率潮流模型

参考式(19),基于PCE的定交流电压节点全纯嵌入概率潮流模型可表示为:

$$\left\{ \begin{aligned} \sum_{k=1}^N \sum_{m=0}^{N_{PCE}} \sum_{c=0}^{N_{PCE}} Y_{j,k,trans} V_{kc}(s) E[\Phi_c(z) \Phi_m(z)] &= \\ \sum_{m=0}^{N_{PCE}} \sum_{p=0}^{N_{PCE}} \frac{s\tilde{S}_{jp}^{PCC*} - jQ_{jp}^{PCC}(s)}{V_{jp}^{PCC*}(s^*)} E[\Phi_p^2(z) \Phi_m(z)] &- \\ \sum_{m=0}^{N_{PCE}} \sum_{p=0}^{N_{PCE}} s Y_{j,shunt} V_{jp}^{PCC}(s) E[\Phi_p(z) \Phi_m(z)] & \\ \sum_{m=0}^{N_{PCE}} \sum_{p=0}^{N_{PCE}} V_{jp}^{PCC}(s) V_{jp}^{PCC*}(s^*) E[\Phi_p^2(z) \Phi_m(z)] &= \\ \sum_{m=0}^{N_{PCE}} [1 + s(|V_j^{sp}|^2 - 1)] E[\Phi_m(z)] & \end{aligned} \right. \quad (23)$$

由于交流系统的平衡节点和直流系统的定直流电压节点的电压已知,无须构建平衡节点和定直流电压节点的全纯嵌入概率潮流模型。

3.2 基于PCE的交直流电力系统全纯嵌入概率潮流计算模型求解

针对3.1节得到的高维确定性全纯嵌入潮流方程,本节借鉴附录A第A1节全纯嵌入潮流方程的求解方法对其求解。由附录A第A1节可知,采用递归法^[23-24]求解电力系统全纯嵌入潮流的实质就是通过低阶幂级数系数 $V[n-1]$ 求解高阶幂级数系数 $V[n]$ 的过程。因此,首先求解出节点电压全纯函数的0阶幂级数系数 $V[0]$,即常数项。参考附录A式(A2),可得式(17)和式(19)中节点电压全纯函数常数项 $V[0]$ 的求解方程为:

$$\left\{ \begin{aligned} \sum_{k=1}^N \sum_{m=0}^{N_{PCE}} \sum_{c=0}^{N_{PCE}} Y_{i,k,trans} V_{kc}[0] E[\Phi_c(z) \Phi_m(z)] &= 0 \\ \sum_{k=1}^N \sum_{m=0}^{N_{PCE}} \sum_{c=0}^{N_{PCE}} Y_{j,k,trans} V_{kc}[0] E[\Phi_c(z) \Phi_m(z)] &= \\ \sum_{m=0}^{N_{PCE}} \sum_{p=0}^{N_{PCE}} \frac{-jQ_{jp}[0]}{V_{jp}^*[0]} E[\Phi_p^2(z) \Phi_m(z)] & \\ \sum_{m=0}^{N_{PCE}} \sum_{p=0}^{N_{PCE}} V_{jp}[0] V_{jp}^*[0] E[\Phi_p^2(z) \Phi_m(z)] &= \\ \sum_{m=0}^{N_{PCE}} E[\Phi_m(z)] & \end{aligned} \right. \quad (24)$$

由式(24)得到PQ节点电压幂级数常数项 $V[0]$ 后,根据式(17)两侧同阶幂级数系数相等原则,可得PQ节点电压全纯幂级数系数 $V[n]$ 递归表达式为:

$$\sum_{k=1}^N \sum_{m=0}^{N_{PCE}} \sum_{c=0}^{N_{PCE}} Y_{i,k,trans} V_{kc}[n] E[\Phi_c(z) \Phi_m(z)] = \sum_{m=0}^{N_{PCE}} \sum_{p=0}^{N_{PCE}} \frac{\tilde{S}_{ip}^*}{V_{ip}^*[n-1]} E[\Phi_p^2(z) \Phi_m(z)] - \sum_{m=0}^{N_{PCE}} \sum_{p=0}^{N_{PCE}} Y_{i,shunt} V_{ip}[n-1] E[\Phi_p(z) \Phi_m(z)] \quad (25)$$

同理,PV节点的高阶电压全纯幂级数系数 $V[n]$ 的递归表达式为:

$$\left\{ \begin{aligned} \sum_{k=1}^N \sum_{m=0}^{N_{PCE}} \sum_{c=0}^{N_{PCE}} Y_{j,k,trans} V_{kc}[n] E[\Phi_c(z) \Phi_m(z)] &= \\ \sum_{m=0}^{N_{PCE}} \sum_{p=0}^{N_{PCE}} \frac{P_{jp} - jQ_{jp}[n]}{V_{jp}^*[n-1]} E[\Phi_p^2(z) \Phi_m(z)] &- \\ \sum_{m=0}^{N_{PCE}} \sum_{p=0}^{N_{PCE}} Y_{j,shunt} V_{jp}[n-1] E[\Phi_p(z) \Phi_m(z)] & \\ \sum_{m=0}^{N_{PCE}} \sum_{p=0}^{N_{PCE}} V_{jp}[n] V_{jp}^*[n] E[\Phi_p^2(z) \Phi_m(z)] &= \\ \sum_{m=0}^{N_{PCE}} [1 + s(|V_j^{sp}|^2 - 1)] E[\Phi_m(z)] & \end{aligned} \right. \quad (26)$$

为简化计算,将节点电压和节点导纳分解为实部和虚部两部分:

$$\begin{cases} V[n] = V_{re}[n] + jV_{im}[n] \\ Y_k = G_k + jB_k \end{cases} \quad (27)$$

式中: Y_k 、 G_k 、 B_k 分别为节点 k 的导纳、电导、电纳。

进而,将附录A式(A4)和式(27)代入式(25),可得PQ节点全纯嵌入概率潮流递归表达式为:

$$\sum_{k=1}^N \sum_{m=0}^{N_{PCE}} \sum_{c=0}^{N_{PCE}} [G_k V_{kc,re}[n] - B_k V_{kc,im}[n] + j(B_k V_{kc,re}[n] + G_k V_{kc,im}[n])] E[\Phi_c(z) \Phi_m(z)] = \sum_{m=0}^{N_{PCE}} \sum_{p=0}^{N_{PCE}} \tilde{S}_{ip}^* W_{ip}^*[n-1] E[\Phi_p^2(z) \Phi_m(z)] - \sum_{m=0}^{N_{PCE}} \sum_{p=0}^{N_{PCE}} Y_{i,shunt} V_{ip}[n-1] E[\Phi_p(z) \Phi_m(z)] \quad (28)$$

式中: $W_{jp}[n-1] = 1/V_{jp}[n-1]$ 。

类似地,PV节点全纯嵌入概率潮流递归表达式为:

$$\begin{aligned}
& \sum_{k=1}^N \sum_{m=0}^{N_{PCE}} \sum_{c=0}^{N_{PCE}} [G_k V_{kc, re}[n] - B_k V_{kc, im}[n] + \\
& j(B_k V_{kc, re}[n] + G_k V_{kc, im}[n])] E[\Phi_c(z) \Phi_m(z)] = \\
& \sum_{m=0}^{N_{PCE}} \sum_{p=0}^{N_{PCE}} P_{jp} W_{jp}^* [n-1] E[\Phi_p^2(z) \Phi_m(z)] - \\
& E[\Phi_p^2(z) \Phi_m(z)] j \left(\sum_{h=1}^{n-1} \sum_{m=0}^{N_{PCE}} \sum_{p=0}^{N_{PCE}} Q_{jp} [h] W_{jp}^* [n-h] \right) - \\
& E[\Phi_p(z) \Phi_m(z)] \sum_{m=0}^{N_{PCE}} \sum_{p=0}^{N_{PCE}} Y_{j, shunt} V_{jp} [n-1] - \\
& j \sum_{m=0}^{N_{PCE}} \sum_{p=0}^{N_{PCE}} Q_{jp} [n] E[\Phi_p(z) \Phi_m(z)] \quad (29)
\end{aligned}$$

同理,定直流有功节点概率潮流递归表达式为:

$$\begin{aligned}
& \sum_{g=1}^M \sum_{c=0}^{N_{PCE}} \sum_{m=0}^{N_{PCE}} G_{rg} V_{dc, gc}[n] E[\Phi_c(z) \Phi_m(z)] = \\
& \sum_{p=0}^{N_{PCE}} \sum_{m=0}^{N_{PCE}} \frac{(P_{dc, rp} + P_{dc, rp}^{sp}) W_{dc, rp} [n-1]}{N_{pol}} \cdot \\
& E[\Phi_p^2(z) \Phi_m(z)] \quad (30)
\end{aligned}$$

进一步,可得定交流无功节点全纯嵌入概率潮流递归表达式为:

$$\begin{aligned}
& \sum_{k=1}^N \sum_{m=0}^{N_{PCE}} \sum_{c=0}^{N_{PCE}} [G_k V_{kc, re}[n] - B_k V_{kc, im}[n] + \\
& j(B_k V_{kc, re}[n] + G_k V_{kc, im}[n])] E[\Phi_c(z) \Phi_m(z)] = \\
& \sum_{m=0}^{N_{PCE}} \sum_{p=0}^{N_{PCE}} (\tilde{S}_{ip}^{PCC*} + Q_{ip}^{sp}) W_{ip}^{PCC*} [n-1] E[\Phi_p^2(z) \Phi_m(z)] - \\
& \sum_{m=0}^{N_{PCE}} \sum_{p=0}^{N_{PCE}} Y_{i, shunt} V_{ip}^{PCC} [n-1] E[\Phi_p(z) \Phi_m(z)] \quad (31)
\end{aligned}$$

同理,定交流电压节点全纯嵌入概率潮流递归表达式为:

$$\begin{aligned}
& \sum_{k=1}^N \sum_{m=0}^{N_{PCE}} \sum_{c=0}^{N_{PCE}} [G_k V_{kc, re}[n] - B_k V_{kc, im}[n] + \\
& j(B_k V_{kc, re}[n] + G_k V_{kc, im}[n])] E[\Phi_c(z) \Phi_m(z)] = \\
& \sum_{m=0}^{N_{PCE}} \sum_{p=0}^{N_{PCE}} \tilde{S}_{jp}^{PCC*} W_{jp}^{PCC*} [n-1] E[\Phi_p^2(z) \Phi_m(z)] - \\
& E[\Phi_p^2(z) \Phi_m(z)] j \left(\sum_{h=1}^{n-1} \sum_{m=0}^{N_{PCE}} \sum_{p=0}^{N_{PCE}} Q_{jp}^{PCC} [h] W_{jp}^{PCC*} [n-h] \right) - \\
& E[\Phi_p(z) \Phi_m(z)] \sum_{m=0}^{N_{PCE}} \sum_{p=0}^{N_{PCE}} Y_{j, shunt} V_{jp}^{PCC} [n-1] - \\
& j \sum_{m=0}^{N_{PCE}} \sum_{p=0}^{N_{PCE}} Q_{jp}^{PCC} [n] E[\Phi_p(z) \Phi_m(z)] \quad (32)
\end{aligned}$$

通过式(28)一式(32)求得电压全纯幂级数系数 $V_{ip}[n]$ 后,通常采用 Padé 近似加速电压幂级数逼近值的收敛。然而,当采用 Padé 近似加速时,由于

计算过程中涉及幂级数系数中嵌套的 PCE 逼近系数求解,其计算复杂度高、效率低。为此,本文采用 Aitken- Δ^2 法加速幂级数系数的求解^[33]。Aitken- Δ^2 法加速幂级数收敛表达式见附录 A 第 A2 节。通过 Aitken- Δ^2 法求得随机输出变量各阶 PCE 逼近系数后,可进一步得到随机输出变量的统计特征,计算表达式见附录 A 第 A3 节。

综上,所提基于 PCE 的交直流电力系统全纯嵌入概率潮流计算方法首先借助 Galerkin 投影,将其全纯嵌入概率潮流方程转化为高维确定性全纯嵌入潮流方程;然后,借助确定性全纯嵌入潮流计算方法,求得系统各节点电压全纯幂级数系数和 PCE 逼近系数,最终,得到交直流系统潮流的概率分布,具体计算流程见附录 A 第 A4 节。

4 算例分析

本章分别通过修改的 PJM 5 节点、IEEE 30 节点和 IEEE 118 节点交直流测试系统算例,对所提基于 PCE 的交直流电力系统全纯嵌入概率潮流计算方法的准确性和有效性进行分析、验证。计算过程中,概率潮流收敛阈值 $\epsilon=1 \times 10^{-3}$,并以 MCS 计算结果为基准,抽样次数为 10 000 次。计算机硬件平台配置为主频 2.3 GHz 的 CPU、内存 8 GB;软件平台为 MATLAB R2018b。

4.1 修改的 PJM 5 节点交直流测试系统

本节首先以修改的 PJM 5 节点交直流测试系统为例来分析、验证所提方法的准确性和有效性。修改后的 PJM 5 节点交直流测试系统如图 1 所示,系统相关参数见附录 B 第 B1 节。

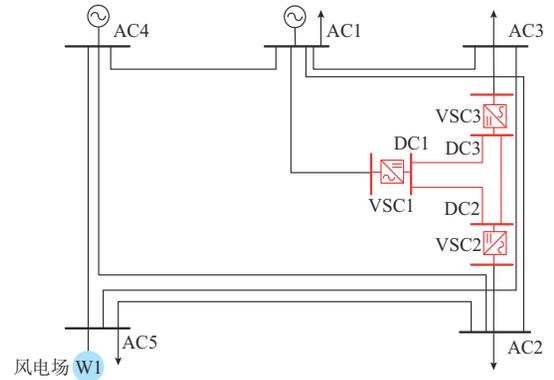


图 1 修改的 PJM 5 节点交直流测试系统
Fig. 1 Modified PJM 5-bus AC/DC test system

4.1.1 算法准确性验证

假设交流节点 AC5 的风电场出力服从期望为 0、标准差为 1.5 的正态分布,则其有功出力概率分布如附录 B 图 B1 所示。令 $N_{PCE}=2$,选取过程及结

果见附表B第B1节。

参考文献[25],采用交替迭代法求解PJM 5节点交直流测试系统概率潮流。首先,进行交流侧概率潮流求解。附录B表B3给出了第1次交替迭代计算得到的交流节点电压全纯幂级数系数。由表B3结果可知,当电压全纯幂级数阶数 n 大于3时,各节点电压全纯幂级数系数均为0,可通过Aitken- Δ^2 法求得节点电压PCE逼近系数和交流侧系统最大功率不平衡量 $\delta_{ac}=2.328 \times 10^{-4}$ p.u., δ_{ac} 小于潮流收敛阈值 $\epsilon=1 \times 10^{-3}$,表明交流侧潮流收敛。

然后,进行直流侧概率潮流计算。附录B表B6给出了第1次交替迭代计算的直流节点电压全纯幂级数系数。由表B6结果可得,当直流侧电压全纯幂级数阶数 n 大于2时,各节点电压全纯幂级数系数均为0,通过Aitken- Δ^2 法计算节点电压PCE逼近系数和系统最大功率不平衡量 $\delta_{dc}=3.196 \times 10^{-4}$ p.u., δ_{dc} 小于潮流收敛阈值 $\epsilon=1 \times 10^{-3}$,表明直流侧潮流收敛。

根据直流侧潮流计算结果更新交流侧PCC功率 $P_{i,new}^{PCC}$,计算得到功率不平衡量 $\delta=0.0106$ p.u.,大

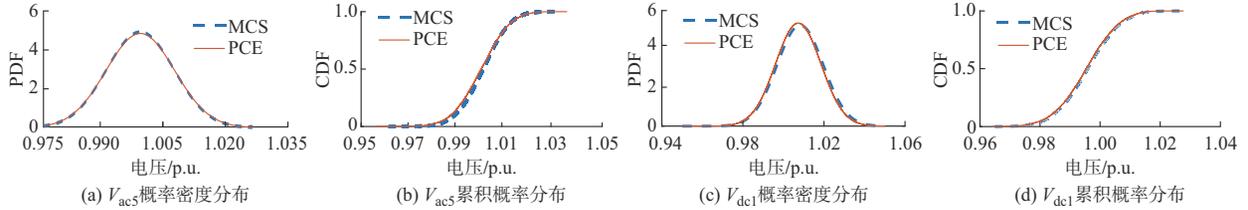


图2 PJM 5节点交直流测试系统 V_{ac5} 和 V_{dc1} 的概率分布

Fig. 2 Probability distributions of V_{ac5} and V_{dc1} in PJM 5-bus AC/DC test system

表2进一步以MCS计算结果为基准,对比给出了采用所提基于PCE的全纯嵌入概率潮流计算方法与Gram-Charlier级数展开的半不变量法(简称GC法)求得的交直流系统各节点电压幅值期望、标准差以及期望和标准差的相对误差。由表2结果可知,所提基于PCE的全纯嵌入概率潮流计算方法得到的交流节点电压幅值 V_{aci} 期望与标准差的最大相对误差分别为1.04%和0.17%;直流节点电压 V_{dci}

于收敛阈值,不满足收敛条件,重复进行交替迭代求解过程。经过3次交替迭代求解后,系统功率不平衡量 $\delta=4.248 \times 10^{-4}$ p.u.,小于收敛阈值 $\epsilon=1 \times 10^{-3}$,表明此时PJM 5节点交直流测试系统的潮流收敛(第2次和第3次交替迭代求解过程中交流侧和直流侧的电压计算结果见附录B表B4、表B5、表B7和表B8)。针对收敛的交直流电力系统全纯嵌入潮流计算结果,可进一步得到系统潮流的概率分布和统计特征。

图2对比给出了采用所提基于PCE的全纯嵌入概率潮流计算方法和MCS计算得到的交流节点AC5和直流节点DC1的电压概率分布。图中:PDF为概率密度函数;CDF为累积分布函数; V_{dci} 和 V_{aci} 分别为直流和交流节点 i 的电压幅值。由图2的对比结果可知,所提基于PCE的全纯嵌入概率潮流计算方法与MCS计算得到的交流节点AC5和直流节点DC1的电压概率分布近似重合,且交流节点AC5和直流节点DC1的电压KL(Kullback-Leibler)散度分别为0.064和0.041,验证了所提方法可准确求解交直流系统节点电压的概率分布。

期望与标准差的最大相对误差分别为0.19%和3.17%。采用GC法计算得到的交流节点电压幅值 V_{aci} 期望与标准差的最大相对误差分别为8.16%和2.70%;直流节点电压 V_{dci} 期望与标准差的最大相对误差分别为0.70%和4.05%。上述结果验证了所提基于PCE的全纯嵌入概率潮流计算方法可实现交直流电力系统节点电压概率分布的准确求解。

表2 PJM 5节点交直流测试系统电压幅值期望与标准差对比

Table 2 Comparisons of expectation and standard deviations of voltage amplitude in PJM 5-bus AC/DC test system

变量	期望/p.u.			PCE的期望 误差/%	GC的期望 误差/%	标准差/p.u.			PCE的标准 差误差/%	GC的标准差 误差/%
	PCE	GC	MCS			PCE	GC	MCS		
V_{ac1}	1.000	1.000	1.000	0	0	3.7×10^{-3}	3.6×10^{-3}	3.7×10^{-3}	0	2.70
V_{ac2}	0.990	0.993	1.000	1.04	0.70	4.7×10^{-4}	4.7×10^{-4}	4.7×10^{-4}	0.17	0.42
V_{ac3}	0.988	0.990	0.982	0.43	8.16	1.2×10^{-3}	1.2×10^{-3}	1.2×10^{-3}	0	0
V_{ac5}	0.989	0.986	0.993	0.42	0.70	4.1×10^{-4}	4.1×10^{-4}	4.1×10^{-4}	0.15	0
V_{dc1}	1.008	1.007	1.008	0.03	0.09	7.4×10^{-3}	7.7×10^{-3}	7.4×10^{-3}	0.73	4.05
V_{dc3}	1.000	1.001	0.998	0.19	0.30	6.1×10^{-3}	6.2×10^{-3}	6.3×10^{-3}	3.17	1.59

图3对比了所提基于PCE的全纯嵌入概率潮流计算方法与MCS计算的交流支路2-5和直流支路1-2的功率概率分布。由图3结果可得,所提方法与MCS计算得到的支路功率概率分布近似重合,且交流支路2-5的有功、无功功率 P_{ac2-5} 和 Q_{ac2-5} 的KL散度分别为0.018、0.042,直流支路1-2的有功功率 P_{dc1-2} 的KL散度为0.117。支路功率期望与标注差计算结果见附录B表B9,验证了所提基于PCE的全纯嵌入概率潮流计算方法可准确计算各支路功率的概率分布。

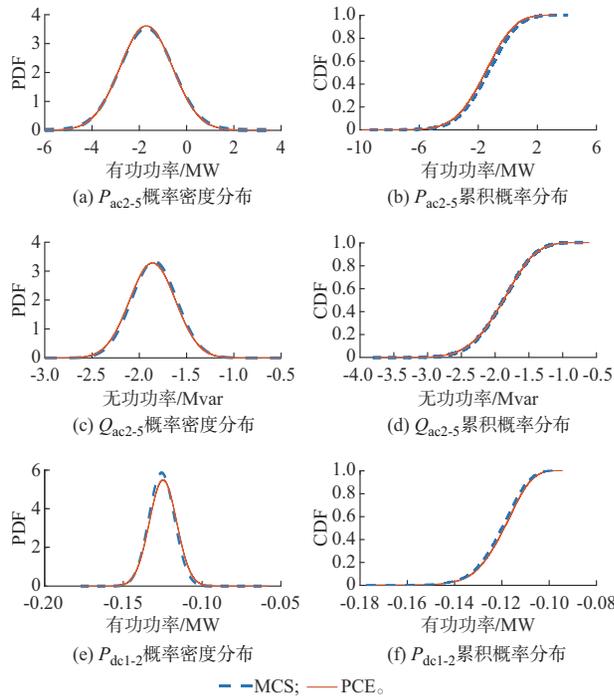


图3 PJM 5节点交直流测试系统 P_{ac2-5} 、 Q_{ac2-5} 和 P_{dc1-2} 的概率分布

Fig. 3 Probability distributions of P_{ac2-5} , Q_{ac2-5} and P_{dc1-2} in PJM 5-bus AC/DC test system

综上,本文所提基于PCE的交直流电力系统全纯嵌入概率潮流计算方法能够实现交直流电力系统概率潮流的准确计算。

4.1.2 VSC换流器控制方式切换功能验证

为验证所提全纯嵌入概率潮流计算方法可在VSC换流站不同控制方式下交直流系统概率潮流的准确计算,本节进一步采用所提方法计算修改的PJM 5节点交直流测试系统按附录B表B10所示控制方式切换后的概率潮流。

图4以MCS计算结果为基准,给出了控制方式切换后采用所提基于PCE的全纯嵌入概率潮流计算方法求得的系统各节点电压幅值期望。由图4对比结果可知,图1所示VSC换流站按附录B表B10

所示控制方式切换后,所提方法计算得到的系统各节点电压幅值期望与MCS计算结果近乎一致,交流侧节点电压幅值 V_{aci} 期望的最大相对误差仅为0.83%,直流侧节点电压 V_{dci} 期望的最大相对误差仅为1.48%,有效验证了所提基于PCE的全纯嵌入概率潮流计算方法可实现控制方式切换后的交直流系统节点电压概率分布的准确求解。

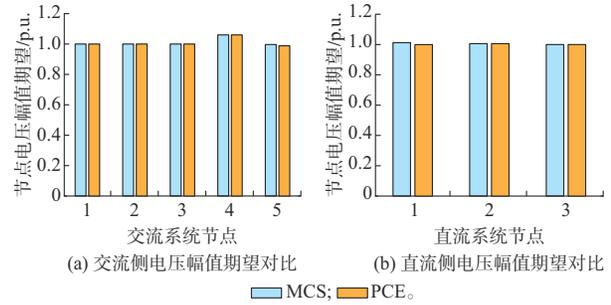


图4 PJM 5节点交直流测试系统换流站控制方式切换后节点电压幅值期望对比

Fig. 4 Comparisons of node voltage amplitude expectation after switching control mode of converter station in PJM 5-bus AC/DC test system

图5对比了VSC换流站控制方式切换前后,采用所提基于PCE的全纯嵌入概率潮流计算方法得到的交流节点AC3和直流节点DC1的电压概率分布,以及交流支路1-2和直流支路1-2的功率概率分布。

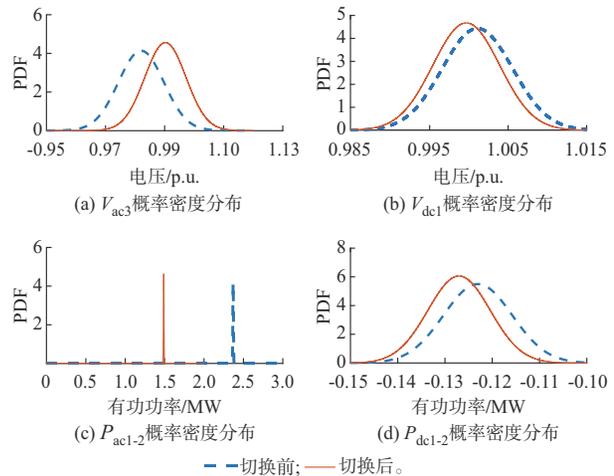


图5 PJM 5节点交直流测试系统换流站控制方式切换后 V_{ac3} 、 V_{dc1} 、 P_{ac1-2} 和 P_{dc1-2} 的概率分布对比

Fig. 5 Comparison of probability distributions of V_{ac3} , V_{dc1} , P_{ac1-2} and P_{dc1-2} after switching control mode of converter station in PJM 5-bus AC/DC test system

由图5结果可得,当VSC换流站控制方式发生变化时,各节点电压和支路功率的概率分布也随之改变。其中,交流支路1-2的概率分布在VSC换流站控制方式切换后变化尤为显著,其有功功率期望

从切换前的 2.377 p.u. 变为切换后的 1.498 p.u.。附录 B 图 B2 对比了控制方式切换后,两种方法计算得到的节点电压和支路功率的概率分布。图 5 与图 B2 的对比结果验证了所提概率潮流计算方法可有效计及 VSC 换流站控制策略切换,准确计算系统潮流的概率分布。

表 3 进一步对比了采用所提基于 PCE 的全纯嵌入概率潮流计算方法计算得到的换流站控制切换前后的系统部分节点电压幅值和支路功率期望。

表 3 PJM 5 节点交直流测试系统换流站控制方式切换前后节点电压幅值和支路功率期望对比
Table 3 Comparison of node voltage amplitude and branch power expectations before and after switching control mode of converter stations in PJM 5-bus AC/DC test system

变量	切换前/ p.u.	切换后/ p.u.	变量	切换前/ MW	切换后/ MW
V_{ac2}	0.990	1.000	P_{ac1-2}	2.377	1.498
V_{ac3}	0.968	1.000	P_{ac2-5}	-1.698	-2.502
V_{ac5}	0.989	0.988	P_{ac3-5}	-21.990	-14.950
V_{dc1}	1.008	0.999	P_{dc1-2}	-0.123	-0.128
V_{dc2}	1.000	1.006	P_{dc1-3}	0.171	0.196
V_{dc3}	1.000	1.000	P_{dc2-3}	-0.112	0.227

表 3 结果表明,当 VSC 换流站控制方式发生变化时,交直流系统潮流的概率分布也将发生变化,验证了所提基于 PCE 的交直流电力系统全纯嵌入概率潮流计算方法可有效计及 VSC 换流站控制策略切换,实现交直流系统概率潮流准确求解。

修改的 IEEE 30 节点和 IEEE 118 节点交直流测试系统算例的概率潮流计算结果见附录 B 第 B2 节和第 B3 节。计算结果表明,所提基于 PCE 的交直流电力系统全纯嵌入概率潮流计算方法可实现对含多个风电场的不同规模交直流电力系统概率潮流的准确求解。

4.2 计算效率

表 4 进一步对比了所提基于 PCE 的全纯嵌入概率潮流计算方法与 MCS 的计算效率。

表 4 不同概率潮流计算方法的计算耗时对比
Table 4 Comparison of computational time with different probabilistic power flow calculation methods

测试系统	计算耗时/s		计算效率/%
	PCE	MCS	
PJM 5 节点	1.027 3	53.924 7	98.094 9
IEEE 30 节点	6.263 2	167.789 7	96.267 2
IEEE 118 节点	16.468 1	227.617 0	92.765 0

由表 4 结果可知,相比于 MCS,所提基于 PCE 的交直流电力系统全纯嵌入概率潮流计算方法在求解修改的 PJM 5 节点、IEEE 30 节点和 IEEE 118 节点交直流测试系统概率潮流时,其计算速度分别提升了 52 倍、27 倍、14 倍,验证了所提基于 PCE 的交直流电力系统全纯嵌入概率潮流计算方法相对 MCS 具有更高的计算效率。IEEE 30 节点和 IEEE 118 节点交直流测试系统网络拓扑结构见附录 B 图 B3 和图 B7。

综上可得,本文所提基于 PCE 的交直流电力系统全纯嵌入概率潮流计算方法在实现概率潮流准确求解的同时,有效提高了交直流系统概率潮流的计算效率。

5 结语

本文针对含高比例新能源的交直流电力系统概率潮流求解问题,提出了一种基于 PCE 的交直流电力系统全纯嵌入概率潮流计算模型。通过修改的 PJM 5 节点、IEEE 30 节点和 IEEE 118 节点交直流测试系统算例对所提方法进行分析、验证,相关结论如下:

1) 所提基于 PCE 的交直流电力系统全纯嵌入概率潮流计算方法可准确计算含高比例新能源的交直流电力系统概率潮流,获得较高精度的交直流电力系统概率潮流的分布特征。

2) 所提基于 PCE 的交直流电力系统全纯嵌入概率潮流计算方法可有效计及 VSC 换流站控制策略切换,实现 VSC 换流站多种控制模式下交直流电力系统概率潮流的准确求解,具有较强的通用性。

3) 所提基于 PCE 的交直流电力系统全纯嵌入概率潮流计算方法通过 Galerkin 投影,将交直流电力系统的概率潮流方程转化为高维确定性潮流方程,有效减少了概率潮流的计算耗时,提高了交直流电力系统概率潮流的计算效率。

需要说明的是,虽然所提方法能够有效计算交直流电力系统的概率潮流,但 PCE 方法的“维数灾问题”仍未解决。当系统中随机变量个数较多、逼近阶数较高时,方程的维数可以非常高,这大大增加了计算时间。后续将对对该问题进行深入研究,以进一步提高全纯嵌入概率潮流的求解效率。

附录见本刊网络版 (<http://www.aeps-info.com/aeps/ch/index.aspx>), 扫英文摘要后二维码可以阅读网络全文。

参考文献

- [1] 胡喆,王晗,严正,等.基于多保真度模型的高比例新能源配电网潮流不确定性表征方法[J/OL].中国电机工程学报[2023-07-19].<https://doi.org/10.13334/j.0258-8013.pcsee.230121>.
HU Zhe, WANG Han, YAN Zheng, et al. Uncertainty representation method of power flow in distribution network with high percentage of renewable energy based on the multi-fidelity model[J/OL]. Proceedings of the CSEE[2023-07-19]. <https://doi.org/10.13334/j.0258-8013.pcsee.230121>.
- [2] 苏晨博,刘崇茹,李至峪,等.基于贝叶斯理论的考虑多维风速之间相关性的概率潮流计算[J].电力系统自动化,2021,45(3):157-165.
SU Chenbo, LIU Chongru, LI Zhiyu, et al. Bayesian theory based calculation of probabilistic power flow considering correlation between multi-dimensional wind speed [J]. Automation of Electric Power Systems, 2021, 45(3): 157-165.
- [3] 唐文静,唐俊杰,林星宇,等.基于外网静态等值与无迹变换法的互联网概率潮流计算[J].电力系统自动化,2023,47(10):117-127.
TANG Wenjing, TANG Junjie, LIN Xingyu, et al. Probabilistic power flow calculation for interconnected power grid based on external network static equivalent and unscented transformation method [J]. Automation of Electric Power Systems, 2023, 47(10): 117-127.
- [4] 孙媛媛,程凯强,许庆燊,等.考虑光伏出力相关性的主动配电网薄弱环节识别[J].电力系统自动化,2022,46(15):96-103.
SUN Yuanyuan, CHENG Kaiqiang, XU Qingshen, et al. Identification of weak link for active distribution network considering correlation of photovoltaic output[J]. Automation of Electric Power Systems, 2022, 46(15): 96-103.
- [5] 朱俊澎,黄勇,马良,等.基于不确定性最优潮流的配电网分布式发电消纳能力评估[J].电力系统自动化,2022,46(14):46-54.
ZHU Junpeng, HUANG Yong, MA Liang, et al. Assessment on distributed generation accommodation capability for distribution network based on uncertain optimal power flow[J]. Automation of Electric Power Systems, 2022, 46(14): 46-54.
- [6] 别朝红,王锡凡.蒙特卡洛法在评估电力系统可靠性中的应用[J].电力系统自动化,1997,21(6):68-75.
BIE Zhaohong, WANG Xifan. Application of Monte Carlo method in evaluating the reliability of power system [J]. Automation of Electric Power Systems, 1997, 21(6): 68-75.
- [7] 蹇钰,邱广兰,端柯羽,等.基于风电接入的电力系统两阶段节能改造[J].电工技术,2022(8):34-36.
JIAN Yu, QIU Guanglan, DUAN Keyu, et al. Two stage energy saving transformation of power system based on wind power access[J]. Electric Engineering, 2022(8): 34-36.
- [8] 石飞,杨胜春,冯树海,等.适用于超大规模电网的在线概率潮流算法[J].电力系统自动化,2018,42(21):84-89.
SHI Fei, YANG Shengchun, FENG Shuhai, et al. Online probabilistic power flow algorithm for super-large-scale power grid[J]. Automation of Electric Power Systems, 2018, 42(21): 84-89.
- [9] 李国庆,陆为华,边竞,等.基于自适应扩散核密度估计的时序相关概率最优潮流计算方法[J].中国电机工程学报,2021,41(5):1655-1664.
LI Guoqing, LU Weihua, BIAN Jing, et al. Probabilistic optimal power flow considering correlation and time series based on adaptive diffusion kernel density estimation[J]. Proceedings of the CSEE, 2021, 41(5): 1655-1664.
- [10] 王冲,王秀丽,鞠平,等.电力系统随机分析方法研究综述[J].电力系统自动化,2022,46(3):184-199.
WANG Chong, WANG Xiuli, JU Ping, et al. Review of research on power system stochastic analysis methods [J]. Automation of Electric Power Systems, 2022, 46(3): 184-199.
- [11] FU X Q, CHEN H Y, CAI R Q, et al. Optimal allocation and adaptive VAR control of PV-DG in distribution networks [J]. Applied Energy, 2015, 137: 173-182.
- [12] 陈胜,卫志农,孙国强,等.电-气混联综合能源系统概率能量流分析[J].中国电机工程学报,2015,35(24):6331-6340.
CHEN Sheng, WEI Zhinong, SUN Guoqiang, et al. Probabilistic energy flow analysis in integrated electricity and natural-gas energy systems [J]. Proceedings of the CSEE, 2015, 35(24): 6331-6340.
- [13] ZOU B, XIAO Q. Solving probabilistic optimal power flow problem using quasi Monte Carlo method and ninth-order polynomial normal transformation [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2014, 29(1): 300-306.
- [14] 车玉龙,吕晓琴,王晓茹,等.含非正态分布概率潮流计算的改进型两点估计法[J].电力自动化设备,2019,39(12):128-133.
CHE Yulong, LÜ Xiaoqin, WANG Xiaoru, et al. Improved two point estimation method for probabilistic power flow calculation with non-normal distribution [J]. Electric Power Automation Equipment, 2019, 39(12): 128-133.
- [15] LI X, LI Y Z, ZHANG S H. Analysis of probabilistic optimal power flow taking account of the variation of load power [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2008, 23 (3) : 992-999.
- [16] 王士兴,陈树恒,刘群英,等.基于高斯混合随机性模型的多风电场配电网概率潮流计算[J].电力自动化设备,2022,42(11):64-69.
WANG Shixing, CHEN Shuheng, LIU Qunying, et al. Probabilistic power flow calculation of distribution network with multiple wind farms based on Gaussian mixture random model [J]. Electric Power Automation Equipment, 2022, 42 (11) : 64-69.
- [17] 张儒峰,姜涛,李国庆,等.基于最大熵原理的电-气综合能源系统概率能量流分析[J].中国电机工程学报,2019,39(15):4430-4441.
ZHANG Rufeng, JIANG Tao, LI Guoqing, et al. Maximum entropy based probabilistic energy flow calculation for integrated electricity and natural gas systems [J]. Proceedings of the

- CSEE, 2019, 39(15): 4430-4441.
- [18] ZHANG N, KANG C Q, SINGH C, et al. Copula based dependent discrete convolution for power system uncertainty analysis[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2016, 31(6): 5204-5205.
- [19] 廖星星, 吴奕, 卫志农, 等. 基于GMM及多点线性半不变量法的电-热互联综合能源系统概率潮流分析[J]. 电力自动化设备, 2019, 39(8): 55-62.
- LIAO Xingxing, WU Yi, WEI Zhinong, et al. Probabilistic power flow analysis of integrated electricity-heat energy system based on GMM and multi-point linear cumulant method [J]. Electric Power Automation Equipment, 2019, 39(8): 55-62.
- [20] 李怡宁, 吴浩, 辛焕海, 等. 基于广义多项式混沌法的电力系统随机潮流[J]. 电力系统自动化, 2015, 39(7): 14-20.
- LI Yining, WU Hao, XIN Huanhai, et al. Power system probabilistic load flow based on generalized polynomial chaos methods[J]. Automation of Electric Power Systems, 2015, 39(7): 14-20.
- [21] 姜涛, 李春晖, 张儒峰, 等. 基于多项式混沌展开的电力系统概率可用输电能力评估[J]. 中国电机工程学报, 2024, 44(2): 489-504.
- JIANG Tao, LI Chunhui, ZHANG Rufeng, et al. Probabilistic available transfer capacity evaluation of power systems using polynomial chaos expansion [J]. Proceedings of the CSEE, 2024, 44(2): 489-504.
- [22] 王晗, 严正, 徐潇源, 等. 基于稀疏多项式混沌展开的孤岛微电网全局灵敏度分析[J]. 电力系统自动化, 2019, 43(10): 44-52.
- WANG Han, YAN Zheng, XU Xiaoyuan, et al. Global sensitivity analysis for islanded microgrid based on sparse polynomial chaos expansion [J]. Automation of Electric Power Systems, 2019, 43(10): 44-52.
- [23] TRIAS A. The Holomorphic embedding load flow method [C]// 2012 IEEE Power and Energy Society General Meeting, July 22-26, 2012, San Diego, USA.
- [24] RAO S, FENG Y, TYLAVSKY D J, et al. The holomorphic embedding method applied to the power-flow problem [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2016, 31(5): 3816-3828.
- [25] 姜涛, 张勇, 李雪, 等. 电力系统交直流潮流的全纯嵌入计算[J]. 电工技术学报, 2021, 36(21): 4429-4443.
- JIANG Tao, ZHANG Yong, LI Xue, et al. A holomorphic embedded method for solving power flow in hybrid AC-DC power system [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2021, 36(21): 4429-4443.
- [26] 姜涛, 张道远, 李雪, 等. 基于自适应幂级数初始点的电力系统全纯嵌入潮流并行计算[J]. 电力自动化设备, 2023, 43(10): 208-216.
- JIANG Tao, ZHANG Daoyuan, LI Xue, et al. Adaptive power series initial points based holomorphic embedding load flow parallel calculation for power system [J]. Electric Power Automation Equipment, 2023, 43(10): 208-216.
- [27] SU C B, LIU C R, JIANG S W, et al. Probabilistic power flow for multiple wind farms based on RVM and holomorphic embedding method [J]. International Journal of Electrical Power and Energy Systems, 2021, 130: 106843.
- [28] LIU C X, SUN K, WANG B, et al. Probabilistic power flow analysis using multidimensional holomorphic embedding and generalized cumulants [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2018, 33(6): 7132-7142.
- [29] 邵振国, 李壹民, 颜熙颖, 等. 基于全纯嵌入的电力系统不确定性仿射潮流方法[J]. 中国电机工程学报, 2024, 44(1): 105-117.
- SHAO Zhenguo, LI Yimin, YAN Xiyang, et al. Affine power flow algorithm for power system based on holomorphic embedding method [J]. Proceedings of the CSEE, 2024, 44(1): 105-117.
- [30] 金国彬, 刘玉龙, 李国庆, 等. 考虑可靠性的交直流混合配电网网架与分布式电源协同优化规划[J]. 电力系统保护与控制, 2022, 50(22): 59-70.
- JIN Guobin, LIU Yulong, LI Guoqing, et al. Collaborative optimization planning of an AC/DC hybrid distribution network frame and distributed power generation considering reliability [J]. Power System Protection and Control, 2022, 50(22): 59-70.
- [31] 李雪, 姚超凡, 姜涛, 等. 基于常项值和先验节点的全纯嵌入潮流计算方法[J]. 电力自动化设备, 2023, 43(2): 142-150.
- LI Xue, YAO Chaofan, JIANG Tao, et al. Constant values and priori buses based holomorphic embedding load flow method [J]. Electric Power Automation Equipment, 2023, 43(2): 142-150.
- [32] 李雪, 李博, 姜涛, 等. 主动配电网潮流的全纯嵌入计算方法[J/OL]. 中国电机工程学报 [2023-08-08]. <https://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2107.TM.20230307.1809.007.html>.
- LI Xue, LI Bo, JIANG Tao, et al. A holomorphic embedding power flow algorithm for active distribution network [J/OL]. Proceedings of the CSEE [2023-08-08]. <https://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2107.TM.20230307.1809.007.html>.
- [33] RAO S D, TYLAVSKY D J. Theoretical convergence guarantees versus numerical convergence behavior of the holomorphically embedded power flow method [J]. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 2018, 95: 166-176.

李雪(1986—),女,博士,教授,博士生导师,主要研究方向:电力系统安全性与稳定性、电力系统高性能计算、电力市场。E-mail: xli@neepu.edu.cn

付云跃(1998—),男,硕士研究生,主要研究方向:潮流计算。E-mail: 13842192800@aliyun.com

姜涛(1983—),男,通信作者,博士,教授,博士生导师,主要研究方向:电力系统安全性与稳定性、可再生能源集成、综合能源系统。E-mail: t.jiang@aliyun.com

(编辑 王梦岩)

Holomorphic Embedding Probabilistic Power Flow Calculation Method for AC/DC System Based on Polynomial Chaos Expansion

LI Xue, FU Yunyue, JIANG Tao, LI Guoqing

(Key Laboratory of Modern Power System Simulation and Control & Renewable Energy Technology, Ministry of Education
(Northeast Electric Power University), Jilin 132012, China)

Abstract: In order to quickly and accurately quantify the influence of uncertainty of wind power output on power flow distribution of AC/DC power system, a holomorphic embedding probabilistic power flow calculation method of AC/DC power system based on polynomial chaos expansion (PCE) is proposed. Firstly, the optimal orthogonal basis function is selected according to the probability distribution characteristics of wind power output, and the PCE expression approximating the probability distribution characteristics of wind power output is constructed. Secondly, the PCE expression is introduced into the holomorphic embedding power flow equation of AC/DC power system, and the holomorphic embedding probabilistic power flow calculation model of AC/DC power system based on PCE is constructed. Thirdly, the holomorphic embedding probabilistic power flow model is transformed into a high-dimensional deterministic holomorphic embedding power flow model by Galerkin projection. Then, with the deterministic holomorphic embedding power flow model solving method, the transformed high-dimensional deterministic holomorphic embedding power flow model is solved, and the probability distribution characteristics of power flow in AC/DC power system are calculated according to the obtained PCE approximation coefficient. Finally, the accuracy and effectiveness of the proposed method are verified by the modified PJM 5-bus, IEEE 30-bus and IEEE 118-bus AC/DC test systems.

This work is supported by National Natural Science Foundation of China (No. 52077029, No. U22B20105, No. 52377083).

Key words: probabilistic power flow; polynomial chaos expansion; holomorphic embedding; Galerkin projection; AC/DC power system; uncertainty

